科学哲学科学史特殊講義（京都大学）

補足2：確率的モデル

鈴木貴之

（東京大学大学院総合文化研究科）

tkykszk@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

確率的推論の必要性：

- 世界の状態に関する情報は不完全
- 世界に関する知識は不完全

ベイズネット：

- 出来事間の関係をネットワークで表現する。
- 同時確率分布は条件付き確率の積によって求められる。
- 通常、条件付き確率はデータから求められる。

ベイズネットの例

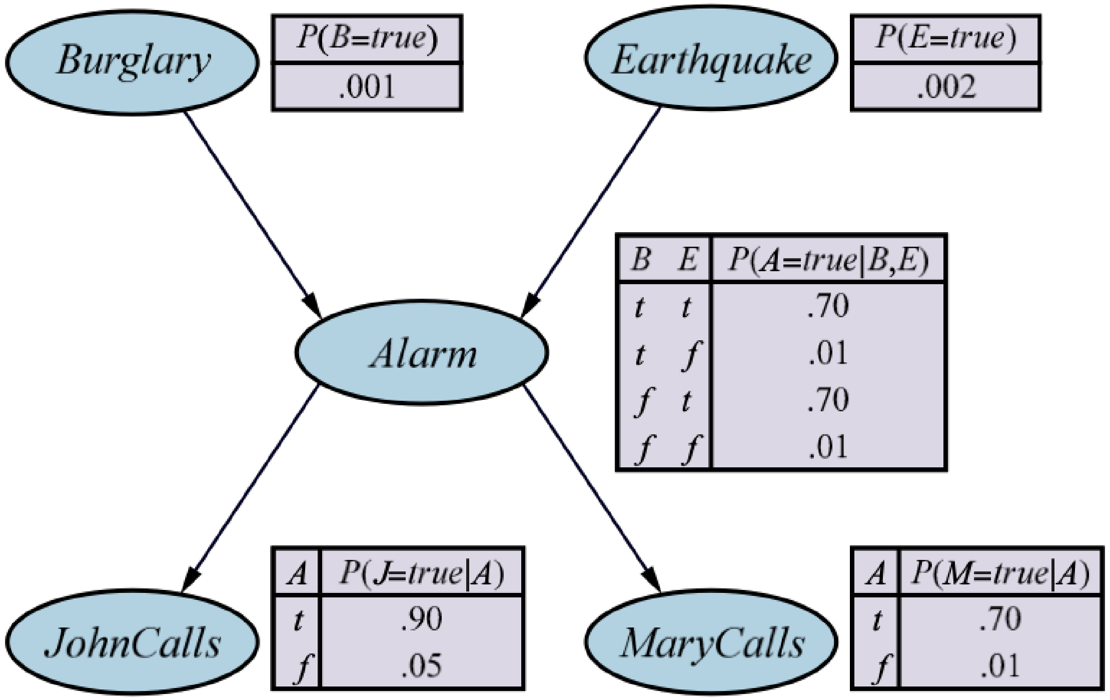


Figure 13.2 A typical Bayesian network, showing both the topology and the conditional probability tables (CPTs). In the CPTs, the letters B, E, A, J, and M stand for *Burglary*, *Earthquake*, *Alarm*, *JohnCalls*, and *MaryCalls*, respectively.

ナイーブベイズモデルによるテキスト分類

ベイズネットの有用性：

- 多くの場合、われわれの関心があるのは条件付き確率。
- 条件付き確率は同時確率分布から求められる。
- しかし、ある問題領域にn個の2値変数が含まれれば、同時確率分布は2^n行からなる表となる。nが大きな値のときには、これは実行不可能。
- ネットワーク上の各ノードが比較的少数のノードと結びついているときには、ベイズネットは同時確率分布の一覧表よりもはるかにコンパクトな表現となる。

近似手法の必要性：

- 条件付き確率を求める際には、他の変数に関して足し上げを行う必要がある。変数が多数の場合には、ベイズネットを用いてもこの足し上げが実行不可能となる。
- モンテカルロアルゴリズム：ベイズネットの構造にもとづいてランダムにサンプルを生成し、それらのサンプルから近似確率を求める。

大規模なベイズネットの例

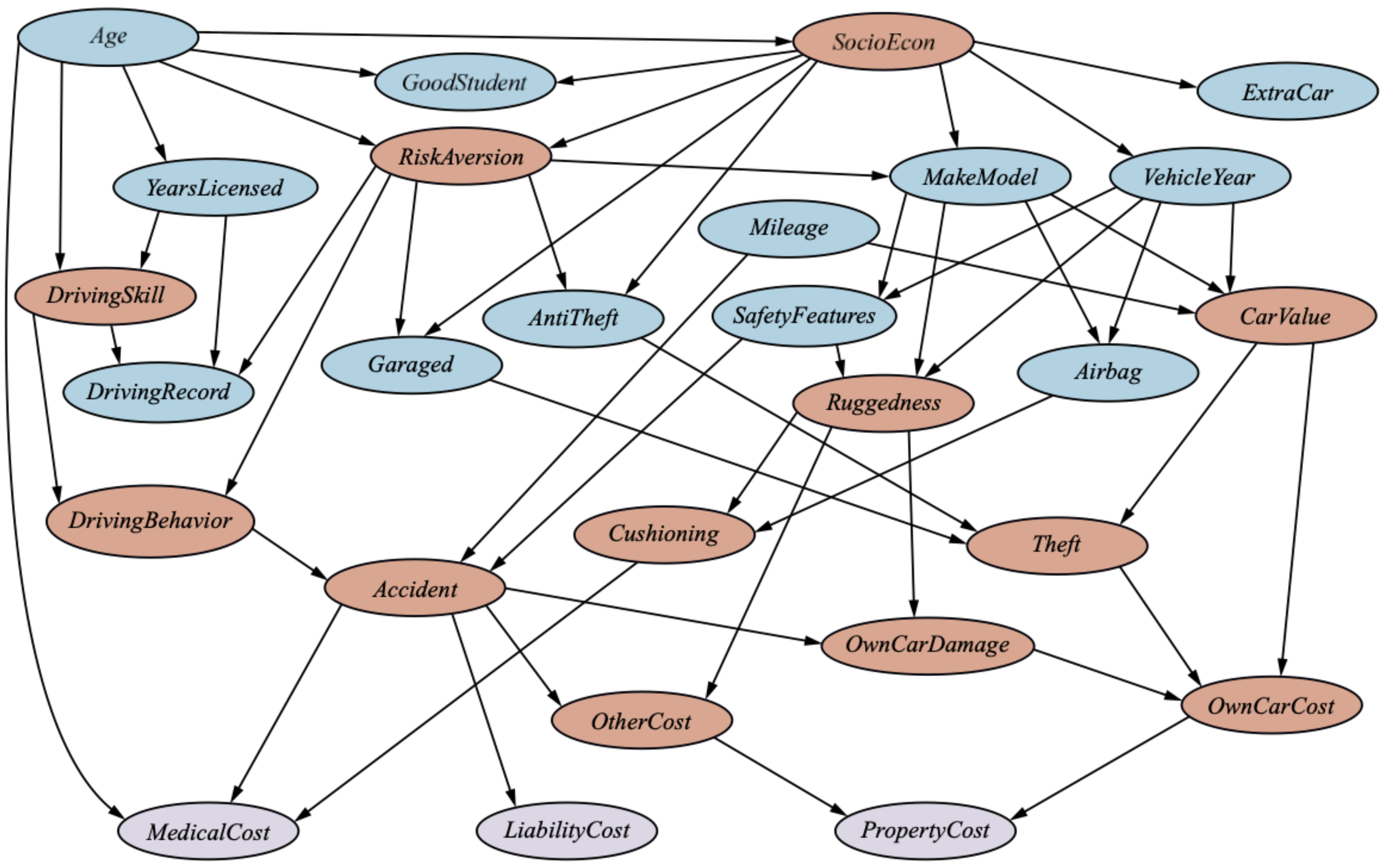
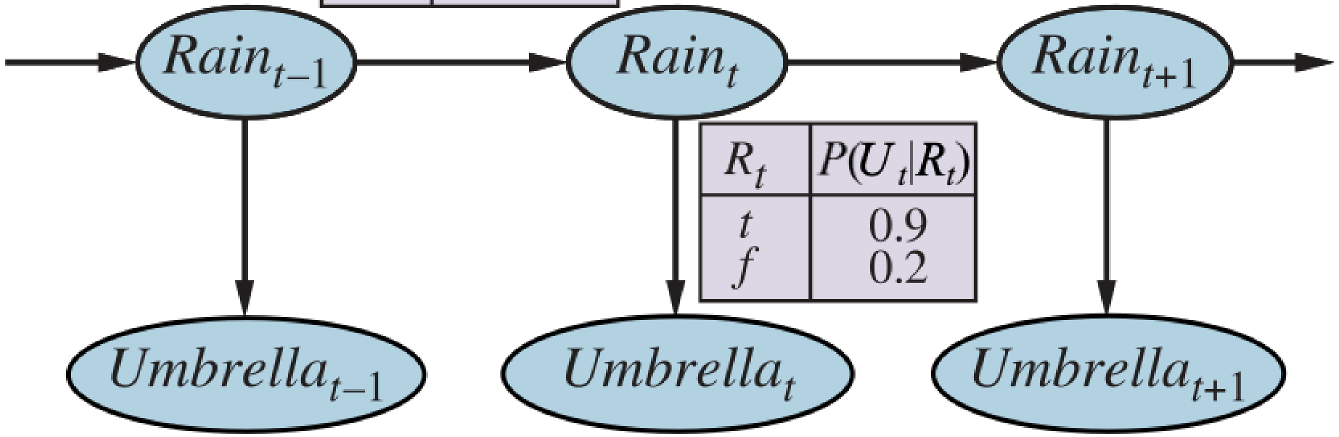


Figure 13.9 A Bayesian network for evaluating car insurance applications.

時系列モデル（隠れマルコフモデル）：

- 例：外の天気を確認できない人が、外から来る人が傘を持ってくるかどうかに基づいて天気を推定する。天気は一定の確率で推移し、晴れの日と雨の日に傘を持ってくる確率も一定だとする。
- 隠れマルコフモデル：初期状態モデル＋遷移モデル＋センサモデル

隠れマルコフモデルの例



R_{t-1}	$P(R_t \mid R_{t-1})$
t	0.7
f	0.3

R_t	$P(U_t \mid R_t)$
t	0.9
f	0.2

Figure 14.2 Bayesian network structure and conditional distributions describing the umbrella world. The transition model is $\mathbf{P}(Rain_t \mid Rain_{t-1})$ and the sensor model is $\mathbf{P}(Umbrella_t \mid Rain_t)$.

統計的学習：

- ベイズの定理を用いて、データに基づいて仮説の確率を更新する。
  - 例：袋から繰り返しキャンディーを取り出し、味の比率を推定する。
- 複雑な仮説ほど事前確率が低いと仮定すれば、ベイズ更新にバイアスと分散のトレードオフを組み込むことができる。

統計的学習の例

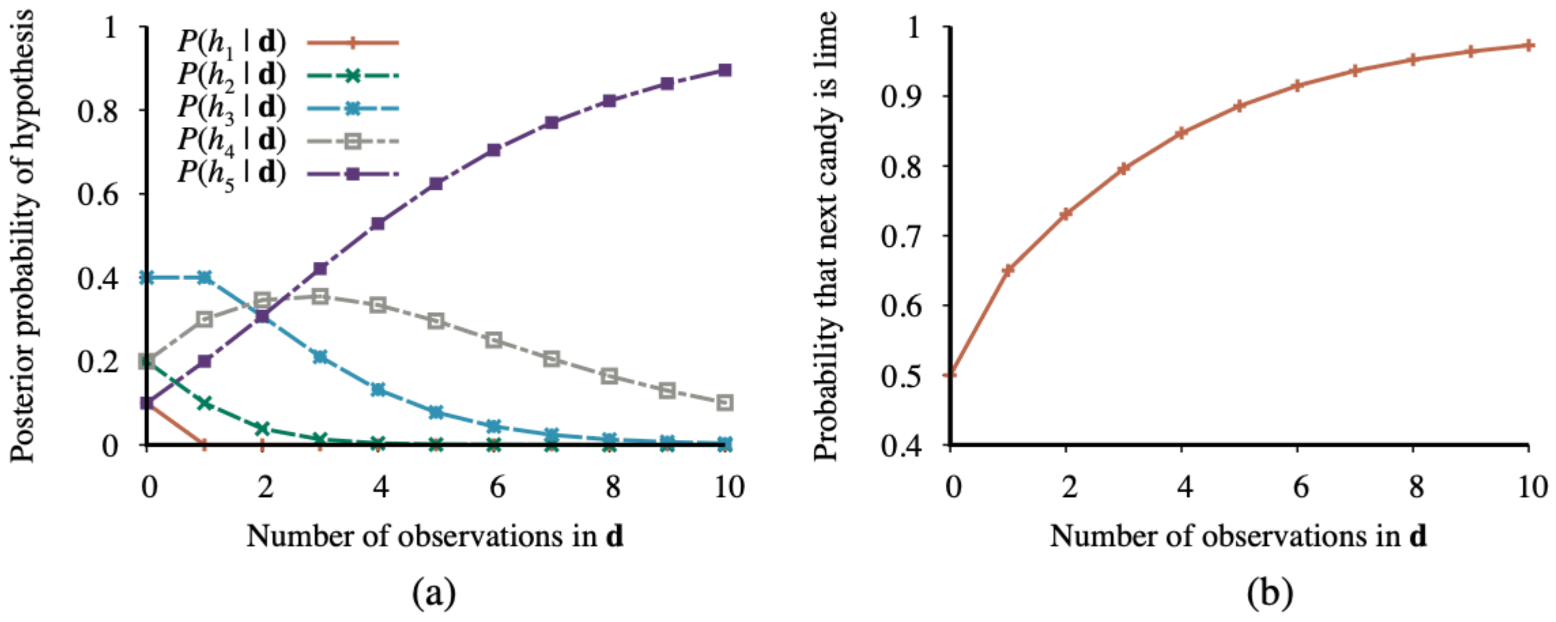


Figure 20.1 (a) Posterior probabilities $P(h_i \mid d_1, \ldots, d_N)$ from Equation (**??**). The number of observations N ranges from 1 to 10, and each observation is of a lime candy. (b) Bayesian prediction $P(D_{N+1} = lime \mid d_1, \ldots, d_N)$ from Equation (**??**).